

בחינה בהסתברות להנדסה ביו-רפואית

קורס 0555-1140
המרצה: ד"ר שלומי רובינשטיין

משך הבחינה: 3 שעות.
מותר לכל תלמיד להשתמש בשני דפי A4 הכתובים משני צדדיהם. אין להעביר דפים אלה בין תלמידים.
מותר להשתמש במחשב כיס.
ענו על כל ארבעת השאלות הראשונות.
על שאלה 5 רשאים לענות רק חברי קבוצה C של אנשי המילואים.
משקל כל שאלה רשום בתחילתה. בכל שאלה יש חלוקה שווה של הנקודות בין הסעיפים.
הצובר N נקודות יקבל ציון $\min\{N + 3, 100\}$.
נמקו את תשובותיכם!

בהצלחה!

שאלה 1 (50 נקודות)

מבצעים חמש הטלות ב"ת של קוביה תקינה. (על כל פאה של הקוביה רשום מספר שונה בין אחד לשש). עבור כל k טבעי יהי Y_k - מספר ההטלות שבהן התקבלה התוצאה k .

- א. מהו $P(Y_1 = Y_2)$?
- ב. מהו $Cov(Y_1 + Y_2 + Y_3, Y_4 + Y_5 + Y_6)$?
- ג. מהו $Cov(Y_1, Y_8)$?
- ד. מהו $E(Y_1 Y_2 | Y_1 = 2)$ (מדובר על תוחלת מותנה של מכפלה)?
- ה. מהי תוחלת מספר התוצאות השונות שיתקבלו לפחות פעם אחת?

שאלה 2 (30 נקודות)

מבצעים סדרה אין סופית של נסיונות ב"ת. הסיכוי להצלחה בנסיון השלישי הוא p . בכל אחד מהנסיונות האחרים הסיכוי להצלחה הוא חצי.

- א. נניח ש $p = 0.5$. מהי תוחלת מספר הנסיונות שנבצע עד שנצבור שתי הצלחות לאו דוקא ברצף?
- ב. נניח ש $p = 1$. מהי תוחלת מספר הנסיונות שנבצע עד שנצבור הצלחה ראשונה?
- ג. נניח ש $p = 0$. מהי תוחלת מספר הנסיונות שנבצע עד שנצבור הצלחה ראשונה?

שאלה 3 (10 נקודות)

יהי X משתנה מקרי רציף. נניח שעבור ערכי x שבין שתיים לשלוש, פונקצית הצפיפות של X שווה ל cx עבור איזשהו ערך c , ומחוץ לקטע זה היא שווה לאפס. מצאו את התוחלת של X .

שאלה 4 (10 נקודות)

מבצעים אלף הטלות ב"ת של מטבע שבכל הטלה מראה "עץ" בסיכוי 0.6 או מראה "פלי" בסיכוי 0.4 .
השתמשו במשפט הגבול המרכזי כדי לחשב בקירוב את ההסתברות שמספר תוצאות ה"פלי" יהיה גדול ממספר תוצאות ה"עץ".

שאלה 5 (10 נקודות)

על שאלה זו רשאים לענות רק חברי קבוצה C של אנשי המילואים.

בוחרים באקראי ללא החזרה ועד של שלושה חברים מתוך כיתה שבה עשרים בנות ועשרה בנים. מהי ההסתברות שבועד יהיו יותר בנות מאשר בנים ?
