

בחינה בהסתברות להנדסה ביו-רפואית

קורס 0555-1140
המרצה: ד"ר שלומי רובינשטיין

משך הבחינה: 3 שעות.
מותר לכל תלמיד להשתמש בשני דפי A4 הכתובים משני צדדיהם. אין להעביר דפים אלה בין תלמידים.
מותר להשתמש במחשב כיס.
ענו על כל ארבעת השאלות הראשונות.
על שאלה 5 רשאים לענות רק חברי קבוצה C של אנשי המילואים.
משקל כל שאלה רשום בתחילתה. בכל שאלה יש חלוקה שווה של הנקודות בין הסעיפים.
הצובר N נקודות יקבל ציון $\min\{N + 3, 100\}$.
נמקו את תשובותיכם!

בהצלחה!

שאלה 1 (40 נקודות)

יהיו A, B, C שלושה מאורעות. נניח שמתקיים $P(A) = 0.1$, $P(B) = 0.3$, $P(C) = 0.5$.

- א.** רק בסעיף זה נניח ששלושת המאורעות הם ב"ת.
- ב.** מהי ההסתברות שיתרחש בדיוק מאורע אחד מבין שלושת המאורעות?
- ג.** רק בסעיף זה נניח שמתקיים $A \subseteq B \subseteq C$.
- ד.** מהי התפלגות מספר המאורעות שיתרחשו?
- ה.** רק בסעיף זה נניח ששלושת המאורעות הם זרים.
- ו.** מהי שונות מספר המאורעות שיתרחשו?
- ז.** האם יתכן ששונות מספר המאורעות שיתרחשו תהיה שווה לאפס?

שאלה 2 (30 נקודות)

בוחרים באקראי בסיכוי שווה באחד משני מטבעות, ומבצעים בו שלוש הטלות.
כל הטלה של המטבע הראשון נותנת תוצאת "עץ" בהסתברות 1.
כל הטלה של המטבע השני נותנת תוצאת "עץ" בהסתברות חצי, באופן ב"ת בהטלות האחרות.

- א.** מדוע מספר תוצאות ה"עץ" שנקבל לא מתפלג בינומית? ענו בלי לבצע חישובים.
 - ב.** מהי ההסתברות שכל מי שידע את תוצאות שלושת ההטלות, יוכל רק על סמך תוצאות אלה לדעת בוודאות איזה מטבע נבחר?
 - ג.** מהי ההסתברות שבחרנו במטבע השני, אם ידוע שבשלושת ההטלות הראשונות קיבלנו שלוש תוצאות "עץ"?
-

שאלה 3 (10 נקודות)

נניח ש $\{X_k\}_{k=1}^{10}$ הם משתנים מקריים שווי התפלגות. נניח ש $X_1 \sim U[1,4]$ (אחיד בדיד). עבור כל $1 \leq k \leq 10$ יהי Y_k משתנה מקרי שמקבל את הערך אחד אם $(X_k > k)$, ומקבל את הערך אפס אם $(X_k \leq k)$. מהו $E(\sum_{k=1}^{10} Y_k)$?

שאלה 4 (20 נקודות)

מקובל $F_X(t)$ היא ההסתברות המצטברת של המשתנה X בנקודה t .

א. האם קיים משתנה מקרי X בעל התפלגות רציפה (משתנה מקרי רציף) שעבורו

$$F_X(1) = F_X(2) = \frac{1}{3}?$$

ב. יהי $X \sim N(0,1)$ (משתנה נורמלי סטנדרטי).

האם קיים t ממשי כך ש $F_X(2t) < F_X(t)$?

שאלה 5 (10 נקודות)

על שאלה זו רשאים לענות רק חברי קבוצת C של אנשי המילואים.

האם קיים משתנה מקרי X בעל התפלגות גיאומטרית, המקיים $P(X > 100) > 0.5$?
