

בחינה בהסתברות להנדסה ביו-רפואית

קורס 0555-1140
המרצה: ד"ר שלומי רובינשטיין

משך הבחינה: 3 שעות.
מותר לכל תלמיד להשתמש בשני דפי A4 הכתובים משני צדדיהם. אין להעביר דפים אלה בין תלמידים.
מותר להשתמש במחשב כיס.
ענו על כל ארבעת השאלות הראשונות.
על שאלה 5 רשאים לענות רק חברי קבוצה 28 של אנשי המילואים.
משקל כל שאלה רשום בתחילתה. בכל שאלה יש חלוקה שווה של הנקודות בין הסעיפים.
הצובר N נקודות יקבל ציון $\min\{N + 3, 100\}$.
נמקו את תשובותיכם!

בהצלחה!

שאלה 1 (40 נקודות)

נתונים שני משתנים מקריים שווי התפלגות X, Y . נניח שכל אחד מהם מתפלג $U[1, 6]$ (אחיד בדיד).
שימו לב שבסעיפים א' ו ד' אין הנחה של אי תלות בין זוג המשתנים, ובסעיפים ב' וג' יש הנחה של אי תלות.

- א. בסעיף זה לא נניח שהמשתנים X, Y הם ב"ת. מהו $E(X + Y)$?
- ב. בסעיף זה נניח שהמשתנים X, Y הם ב"ת. מהו $P(Y > X)$?
- ג. בסעיף זה נניח שהמשתנים X, Y הם ב"ת. יהי $Z = \max\{X, Y\}$ (התוצאה המכסימלית מבין התוצאות שמקבלים X ו Y). מהי ההתפלגות של Z בהינתן $(X = 4)$?
- ד. בסעיף זה לא נניח שהמשתנים X, Y הם ב"ת. מהי ההסתברות הגדולה ביותר שיכול לקבל המאורע $(X + Y = 12)$?

שאלה 2 (30 נקודות)

יהיו $\{X_i\}_{i=1}^{100}$ משתנים מקריים ב"ת ושווי התפלגות. נניח שכל אחד מהם מתפלג $P(1)$ (פואסונית עם פרמטר 1).
יהי $Z = \sum_{i=1}^{100} X_i$ (סכום של מאה משתנים פואסונים ב"ת אלה).

- א. מהו $P(Z = 80)$? תנו ביטוי פשוט. אין צורך להגיע לתשובה מספרית.
- ב. השתמשו במשפט הגבול המרכזי כדי לחשב בקירוב את $P(Z \leq 110)$.
- ג. יהי Y מספר המשתנים (מבין מאה המשתנים $\{X_i\}_{i=1}^{100}$) שמקיימים $(X_i < 0.6)$. מהי ההתפלגות של Y ?

הערה

כל אחד ממאה המשתנים יכול לקבל ערך קטן מ 0.6, ויכול לא לקבל ערך קטן מ 0.6.
כאן מסתכלים על התפלגות מספר המשתנים שמקבלים ערך קטן מ 0.6.

שאלה 3 (10 נקודות)

יהי $X \sim U(-1, 2)$ (משתנה מקרי שמתפלג אחיד רציף בין מינוס אחד לשתיים).
יהי $Y = X^2$ (ריבוע המשתנה X).
מהו $F_Y(2)$? (הכוונה היא לערכה של פונקציית ההסתברות המצטברת של Y בנקודה 2).

שאלה 4 (20 נקודות)

מבצעים הטלה בודדת של קוביה תקינה.
יהי X אינדיקטור לקבלת תוצאה אי זוגית בהטלה זו.
יהי Y אינדיקטור לקבלת תוצאה זוגית בהטלה זו.

- א. מהו $r(X, Y)$? (הכוונה היא למקדם המתאם בין X ל Y).
ב. מהו $E(X^2 Y^3)$?
-

שאלה 5 (10 נקודות)

על שאלה זו רשאים לענות רק חברי קבוצת 28 של אנשי המילואים.

מחלקים שלושה כדורים בין שלושה תאים, כך שכל אחת מ $3^3 = 27$ החלוקות הן שוות
הסתברות.
מהי ההסתברות שבכל תא יהיה בדיוק כדור אחד?
