

בחינה בהסתברות להנדסה ביו-רפואית

קורס 0555-1140
המרצה: ד"ר שלומי רובינשטיין

משך הבחינה: 3 שעות.
מותר לכל תלמיד להשתמש בשני דפי A4 הכתובים משני צדדיהם. אין להעביר דפים אלה בין תלמידים.
מותר להשתמש במחשב כיס.
ענו על כל ארבעת השאלות הראשונות.
על שאלה 5 רשאים לענות רק חברי קבוצה C של אנשי המילואים.
משקל כל שאלה רשום בתחילתה. בכל שאלה יש חלוקה שווה של הנקודות בין הסעיפים.
הצובר N נקודות יקבל ציון $\min\{N + 3, 100\}$.
נמקו את תשובותיכם!

בהצלחה!

שאלה 1 (40 נקודות)

שמונה אנשים מסודרים לאורך שורה. מסדרים אותם מחדש באקראי, כך שכל הסידורים האפשריים הם שווים הסתברות.
זוג אנשים נקראים שכנים אם אף אדם לא חוצץ ביניהם.

- א.** מהי תוחלת מספר השכנים שיהיו לאחר הסידור מחדש לאדם שתחילה ישב בקצה השמאלי?
- ב.** מהי תוחלת מספר האנשים שלאחר הסידור מחדש יחצצו בין שני האנשים שתחילה ישבו בקצוות?
- ג.** מהי ההסתברות שכל חמשת האנשים שתחילה ישבו בחמשת המקומות השמאליים ביותר, יחזרו לאחר הסידור מחדש למקומותיהם המקוריים?
- ד.** מהי שונות מספר האנשים שלאחר הסידור מחדש ישבו מימין לאדם שתחילה ישב בקצה הימני? (בישיבה מימין, הכוונה היא לאו דוקא בסמיכות).

שאלה 2 (30 נקודות)

לגבי כל מספר טבעי, מוחקים כל ספרה שלו בסיכוי חצי, באופן ב"ת בספרות האחרות של אותו מספר ובספרות של כל מספר אחר. מספר נקרא מחוק אם כל ספרותיו נמחקות.
הבהרות
אם מוחקים את הספרות 1 ו 2 של המספר 12, ומוחקים את הספרה 1 של המספר 21, אבל לא מוחקים את הספרה 2 של המספר 21, אז המספר 12 נקרא מחוק והמספר 21 נקרא לא מחוק.
ניתן למחוק את אחת משתי ספרות זהות של מספר, ולא את האחרת. מחיקתן היא ב"ת.

- א.** מהי ההסתברות שהמספר 123 יהיה מחוק בהינתן שספרת המאות שלו נמחקה?
- ב.** מהי ההסתברות שהמספר 123 יהיה מחוק בהינתן שלפחות ספרה אחת שלו נמחקה?
- ג.** מהי ההסתברות שאף אחד מעשרים המספרים הטבעיים שבין 1 ל 20 לא ימחק?

שאלה 3 (10 נקודות)

יהי $X \sim \exp(1)$ (משתנה מעריכי בעל פרמטר 1). יהי $Y = X^2$. מהו $F_Y(4)$?
(הכוונה היא לערכה של פונקציית ההסתברות המצטברת בנקודה 4).

שאלה 4 (20 נקודות)

תהי $\{X_i\}_{i=1}^{\infty}$ סדרת משתנים מקריים ב"ת ושווי התפלגות.
נניח ש $X_1 \sim U[1,10]$. (אחיד בדיד).

- א.** מהו $P(6.8 < X_{1000} < 7.1)$? האם תשובתך היא מדויקת או מקורבת?
ב. מהי ההסתברות שממוצע 1000 המשתנים הראשונים שבסדרה $\{X_i\}_{i=1}^{\infty}$ יהיה גדול מ 6.8 אך קטן מ 7.1? האם תשובתך היא מדויקת או מקורבת?
-

שאלה 5 (10 נקודות)

על שאלה זו רשאים לענות רק חברי קבוצה C של אנשי המילואים.

יהי $X \sim U[0,2]$ (אחיד בדיד). מהי השונות של X^2 ?
