

בחינה בהסתברות להנדסה ביו-רפואית

המרצה: ד"ר שלומי רובינשטיין

משך הבחינה: 3 שעות.
מותר לכל תלמיד להשתמש בשני דפי A4 הכתובים משני צדדיהם. אין להעביר דפים אלה בין תלמידים.
מותר להשתמש במחשב כיס.
בבחינה יש 5 שאלות. ענו על כל השאלות.
משקל כל שאלה רשום בתחילתה. בכל שאלה יש חלוקה שווה של הנקודות בין הסעיפים.
הצובר N נקודות יקבל ציון $\min\{N + 3, 100\}$.
נמקו את תשובותיכם!

בהצלחה!

שאלה 1 (30 נקודות)

מבצעים שתי הטלות ב"ת של קוביה תקינה.
יהי X תוצאת ההטלה הראשונה. יהי Y תוצאת ההטלה השנייה. יהי $Z = X + Y$.
יהי A המאורע ש Z הוא מספר זוגי. יהי B המאורע ש Z הוא כפולה שלמה של 5.

- א. מהו $P(Z = 9)$?
ב. מהו $P(B|Z \geq 10)$?
ג. מהו $P(A)$?

שאלה 2 (20 נקודות)

יהיו X ו Y זוג משתנים ב"ת שווי התפלגות.
נניח ש $X \sim G(0.8)$. יהי $Z = \min\{X, Y\}$.

- א. מצאו את ההתפלגות של Z .
ב. מהי ההתפלגות של Z בהינתן $(X = 3)$?

שאלה 3 (10 נקודות)

יהי X משתנה מקרי בעל פונקציית הסתברות מצטברת המקיימת:
 $F_X(x) = 0$ עבור כל $x < 0$, $F_X(x) = 1 - e^{-2x}$ עבור כל $x \geq 0$.
מהו $P(1 < |X| < 2)$?

שאלה 4 (10 נקודות)

שיכור מבצע הילוך מקרי על השלמים. בתחילה הוא נמצא בנקודה 0. בכל שלב הוא עושה צעד אחד ימינה בסיכוי חצי או צעד אחד שמאלה בסיכוי חצי. גדלי הצעדים בשלבים השונים הם ב"ת. מצאו באמצעות משפט הגבול המרכזי קירוב להסתברות המאורע שלאחר 1000 שלבים מרחקו של השיכור מנקודת ההתחלה יהיה גדול מ 99.

שאלה 5 (30 נקודות)

בכיתה יש n בנים ו m בנות. ידוע ש $n \geq 1$ וש $m \geq 1$. כל אחד מבין $n + m$ הילדים משחק נגד כל אחד מהאחרים בדיוק פעם אחת. בכל משחק מנצח בדיוק אחד מבין שני משתתפיו. נתון שבכל משחק יש לכל אחד משני משתתפיו סיכוי של 0.5 לנצח. יהי X מספר הנצחונות הכולל של הבנים. רק בסעיף א' נניח שתוצאות המשחקים השונים הם ב"ת.

א. עבור אילו ערכי n, m המשתנה X מתפלג בינומית?

ב. נניח ש $(n = 5, m = 10)$. מהו $E(X)$?

ג. נניח ש $(n = 5, m = 10)$. מהו הערך המינימלי שיכול לקבל $V(X)$?
